| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **TITULACIÓN** | GRADO INGENIERÍA DESARROLLO CONTENIDOS DIGITALES | **FECHA** | 04/02/2016 | |
| **CURSO** | 1º | **HORA** | 09:00 | |
| **GRUPO** | A/B | **DURACIÓN** | 3 HORAS | |
| **ALUMNO** | | | | |

# NORMAS DEL EXAMEN

- Es obligatorio escribir el nombre del alumno en la cabecera de todas las hojas a entregar (incluyendo las hojas con el enunciado). Las hojas sin identificar no serán calificadas.
- Se recomienda leer detenidamente cada enunciado antes de contestarlo.
- Sólo recibirán la puntuación máxima aquellos problemas cuya solución sea correcta. En el resto de los casos, se valorará el desarrollo hasta un máximo del 50 % de la puntuación de ese problema.
- No se permiten libros ni apuntes.
- No se permiten calculadoras científicas programables ni ordenadores/tablets. En este sentido, no se permiten calculadoras que tengan alguno de los modos vector (VCT), matrix (MAT), equation (EQN) o similares.
- Los teléfonos móviles deben estar apagados y guardados.
- No se podrá abandonar el examen hasta pasada la primera media hora.
- La mala presentación (tachones, letra ilegible, faltas ortográficas, etc.) puntúa negativamente.
- **No se calificarán aquellos problemas cuya solución no esté completamente desarrollada y explicada.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **TITULACIÓN** | GRADO INGENIERÍA DESARROLLO CONTENIDOS DIGITALES | **FECHA** | 04/02/2016 |
| **CURSO** | 1º | **HORA** | 09:00 |
| **GRUPO** | A/B | **DURACIÓN** | 3 HORAS |
| **ALUMNO** | | | |

| TITULACIÓN | GRADO INGENIERÍA DESARROLLO CONTENIDOS DIGITALES | FECHA | 04/02/2016 |
|---|---|---|---|
| CURSO | 1º | HORA | 09:00 |
| GRUPO | A/B | DURACIÓN | 3 HORAS |
| ALUMNO | | | |

**PROBLEMA 1 (1.5 PUNTOS)**

En $\mathbb{R}^3$ se consideran los siguientes subespacios vectoriales:

$$U = \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & & & + & 2z & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \end{array} \right. \qquad V = < (2,0,-1), (1,2,0), (0,4,1) >$$

a) Obtener una base de los subespacios vectoriales $U$ y $V$. (0.5 puntos)

b) Obtener una base de los subespacios vectoriales $U + V$ y $U \cap V$. (0.5 puntos)

c) ¿Es la suma de los subespacios vectoriales $U$ y $V$ directa? ¿Son $U$ y $V$ subespacios suplementarios? (0.5 puntos)

**PROBLEMA 2 (1.5 PUNTOS)**

Sea $f : \mathbb{R}^3 \longleftrightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal asociada a la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Calcular los autovalores de la aplicación lineal. (0.5 puntos)

b) Calcular una base del espacio vectorial de los autovectores asociados a cada uno de los autovalores obtenidos en el apartado anterior. (0.5 puntos)

c) ¿Es diagonalizable la matriz de la aplicación lineal? Si es así, determinar la matriz diagonal $D$ y la matriz invertible $P$ asociada a las matrices $A$ y $D$. En caso negativo, indicar las razones. (0.5 puntos)

**PROBLEMA 3 (1.25 PUNTOS)**

Dados los vectores $\vec{a} = (2,5,-4)$, $\vec{b} = (-1,3,2)$, $\vec{c} = (-4,2,-1)$ y $\vec{d} = (3,1,4)$, considerar que $\vec{x}$ representa el vector proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$, y que $\vec{y}$ representa el vector proyección de $\vec{c}$ sobre $\vec{d}$. Completar los siguientes apartados:

a) Calcular $\vec{x}$ e $\vec{y}$, indicando claramente el valor de sus módulos. (0.5 puntos)

b) Determinar el ángulo existente entre los vectores $\vec{x}$ e $\vec{y}$. (0.5 puntos)

c) Calcular el producto vectorial de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{d}$. (0.25 puntos)

| TITULACIÓN | GRADO INGENIERÍA DESARROLLO CONTENIDOS DIGITALES | FECHA | 04/02/2016 |
|---|---|---|---|
| CURSO | 1º | HORA | 09:00 |
| GRUPO | A/B | DURACIÓN | 3 HORAS |
| ALUMNO | | | |

**PROBLEMA 4 (1.5 PUNTOS)**

Estudiar el siguiente sistema de ecuaciones con coeficientes reales en función del parámetro $\alpha$, identificar para qué valores de $\alpha$ el sistema es compatible, y resolverlo para dichos valores utilizando la notación vista en clase.

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & \alpha z & = & \alpha+1 \\ \alpha x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \alpha y & + & \alpha z & = & \alpha \end{array}\right\}$$

**PROBLEMA 5 (1.5 PUNTOS)**

Dada la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \longleftrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (2\,x + y - z, x - z, 3\,x + y - 2\,z)$:

a) Obtener una base de su núcleo $\mathrm{Ker}(f)$, indicando claramente su dimensión. (0.5 puntos)

b) Obtener una base de la imagen $\mathrm{Im}(f)$, indicando claramente su dimensión. (0.5 puntos)

c) ¿Es la aplicación lineal inyectiva? ¿Es suprayectiva? ¿Es biyectiva? (0.5 puntos)

**PROBLEMA 6 (1.5 PUNTOS)**

Dadas las bases $B_1 = \{(1, 0, 1), (-1, 1, 1), (1, -1, 0)\}$ y $B_2 = \{(2, 1, 1), (1, 1, 1), (1, -1, 1)\}$ del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$:

a) Calcular la matriz de paso $M_{B_2 \to B_1}$ (es decir, la que permite expresar en función de la base $B_1$ los vectores que inicialmente están expresados en función de la base $B_2$). (0.5 puntos)

b) Calcular la matriz de paso $M_{B_1 \to B_2}$. (0.5 puntos)

c) Si $\overline{x} = (-4, 3, 4)_{B_1}$, hallar las coordenadas de $\overline{x}$ en la base canónica y en la base $B_2$. (0.5 puntos)

**PROBLEMA 7 (1.25 PUNTOS)**

Dadas las siguientes matrices $A$ y $B$, calcular el determinante de la matriz $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot A)^3$, aplicando las propiedades adecuadas de matrices y determinantes cuando ello sea posible:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$